ETABLISSEMENT :
LYCEE 9 avril 1938 Boumhel
ANNEE SCOLAIRE : 2018-2019

TYPE D'EVALUATION :	
DEVOIR DE SYNTHESE N° 1	
COMPOSITION DE : MATHEMATIQUES	
DUREE DE L'EPREUVE :	
2h	COEF : 3

NIVEAU & SECTION
2ème Sciences
DATE : Décembre 2018
ENSEIGNANT :
HOUSSEM EDDINE FITATI

AUTORISATIONS :	
Calculatrice scientifique :	Non

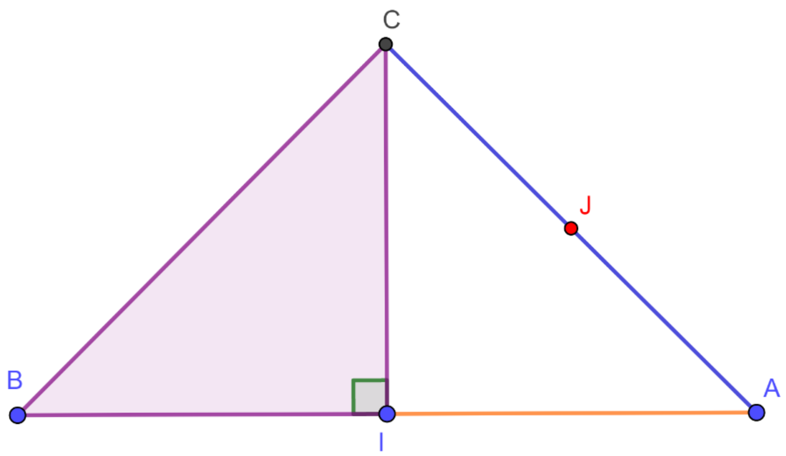
SUJET :

Exercice n°1 : (8 points)

1. Soit P et Q deux polynômes définies par : $P(x)=x^4+6x^3-11x^2-60x+100$ et $Q(x)=-x^2-3x+10$
   - **a.** Vérifier que 2 est une racine de Q. En déduire l'autre racine.
   - **b.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $Q(x)<0$.
2.
   - **a.** Déterminer les réels a ,b et c tels que: $P(x)=\left(ax^2+bx+c\right)Q(x)$.
   - **b.** En déduire que pour tout entier $n\geq 2 : Q(n)=-\sqrt{P(n)}$.
3. Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x)=\dfrac{P(x)}{x^3+6x^2+6x+5}$
   - **a.** Vérifier que (-5) est une solution de l'équation : $x^3+6x^2+6x+5=0$
   - **b.** Déterminer alors les solutions de l'équation : $x^3+6x^2+6x+5=0$.
   - **c.** Déduire l'ensemble de définition (condition d'existence) de $f(x)$.
4. .
   - **a.** Montrer que : $f(x)=\dfrac{(x-2)^2(x+5)}{x^2+x+1}$.
   - **b.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\leq 0$.

Exercice n°2 : (8 points)

Soit IBC un triangle rectangle et isocèle en I et on désigne par A le symétrique de B par rapport à I et par J le milieu de $[AC]$.

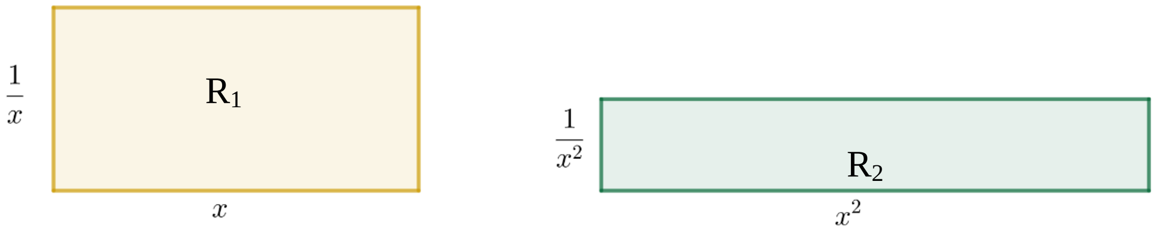


1. .
   a. Construire le point D barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(B,-2)$.
   b. Déterminer les réels α et β tels que A soit le barycentre des points pondérés (B,α) et (D,β) avec $\alpha+\beta=1$.
   c. Prouver que : $\overrightarrow{JD}+2\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$.
2. Déterminer et construire chacun des ensembles suivants :
   a. $\mathscr{F}=\left\{M\in\mathscr{P}\,/\,\left\|\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|9\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}\right\|\right\}$.
   b. $\mathscr{E}=\left\{M\in\mathscr{P}\,/\,\left\|\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{CM}\right\|\right\}$
3. Soit G le point vérifiant : $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+5\overrightarrow{GC}=\vec{0}$
   a. Montre que G est le barycentre des points pondérés $(D,1)$ et $(C,5)$.
   b. Montrer que : G, I et J sont alignés.
   c. Construire alors G.
4. Les droites (AG) et (BC) se coupent en K.
   a. Prouver que G est l'isobarycentre de A et K.
   b. En déduire que K est le barycentre des points B et C affectés des coefficients que l'on déterminera.

Exercice n°3 : (4 points)

Soit x un réel strictement positif.

On note $f(x)$ le demi-périmètre de R_1 et $g(x)$ le demi-périmètre de R_2.



1. Vérifier que les rectangles R_1 et R_2 ont la même aire.
2. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
3. Déterminer les valeurs de x pour :
   a. $f(x)=2$
   b. $f(x)<\frac{5}{2}$.
4. Montrer que $g(x)-f(x)=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x+\frac{1}{x}\right)-2$
5. .
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $t^2-t-2=0$.
   b. En déduire la valeur de x pour laquelle on a : $f(x)=g(x)$.

BON TRAVAIL